

Aulas

sin fronteras



Matemáticas 6

UNIDAD 1

GUÍA DEL ESTUDIANTE



La educación
es de todos

Mineducación

uncoli
UNION DE COLEGIOS INTERNACIONALES

Iván Duque Márquez
Presidente de la República

María Victoria Angulo González
Ministra de Educación Nacional

Constanza Alarcón Párraga
Viceministra de Educación Preescolar,
Básica y Media

Danit María Torres Fuentes
Dirección de Calidad para la Educación
Preescolar, Básica y Media

Claudia Marcelina Molina Rodríguez
Subdirección de Fomento de Competencias

Liced Angélica Zea Silva
Subdirección de Referentes y Evaluación
de la Calidad Educativa

Ana María Pérez Martínez
Coordinadora Aulas Sin Fronteras – MEN

*Equipo encargado de la construcción de las guías
pedagógicas y material audiovisual de Sexto grado*
Unión de Colegios Internacionales (UNCOLI)

Camilo París Anzola (UNCOLI)
Coordinador Aulas Sin Fronteras

Andrea Constanza Perdomo Pedraza
(Colegio Santa Francisca Romana)
Coordinadora Equipo de Matemáticas
Aulas Sin Fronteras

Equipo de Matemáticas Aulas Sin Fronteras
Merly Abril Ochoa (Colegio Italiano Leonardo Da Vinci)
Carlos Guerra Gómez (Colegio San Jorge de Inglaterra)
Johanna Marín (Colegio Andino)
Olga María Nagle Moreno (SED Chocó)

.....
Primera edición
Bogotá, D. C., enero 2020

Revisión editorial
Sebastián Rojas Torres

Diseño y diagramación
Equipo gráfico GITEI

ISBN
XXX-XXX-XXX-XXX-X

Colegios UNCOLI participantes

Los siguientes colegios miembros de la Unión de Colegios Internacionales de Bogotá participaron en el proyecto, aportando el tiempo y experiencia de uno o más docentes, en el periodo 2018-2020:



Con el apoyo de:



Presentación

Lograr una educación de calidad para todos los niños, niñas y jóvenes de Colombia, es la meta que nos hemos trazado para la construcción de un país en paz. Hacer de Colombia la mejor educada de América Latina en 2025, es un reto para los rectores, docentes y padres de familia, que trabajan diariamente por el futuro de miles de estudiantes en nuestro país.

Para avanzar en el camino propuesto y alcanzar las metas de calidad, es necesario que todos nuestros colegios cuenten con las mejores condiciones. Los materiales pedagógicos de alta calidad son fundamentales para este propósito ya que contribuyen directamente al fortalecimiento de los procesos de aprendizaje y enseñanza.

Sabemos que la excelencia educativa se construye en el aula, y es allí donde estamos concentrando nuestros esfuerzos por transformarla. Por esto, estamos dotando de herramientas pedagógicas suficientes e idóneas que refuercen la práctica docente.

Una estrategia fundamental que apunta al propósito de mejorar la calidad educativa, son las guías de trabajo de la metodología “Aulas sin Fronteras”. Este material ha sido desarrollado por el Ministerio de Educación Nacional y la Unión de Colegios Internacionales –UNCOLI- con destino a docentes y estudiantes de los grados Séptimo, Octavo y Noveno en las áreas de matemáticas, ciencias sociales, lenguaje y ciencias naturales.

Los invito a descubrir un nuevo sistema de alternativas pedagógicas con estos materiales. Estas herramientas y el valioso compromiso de nuestros docentes generarán un impacto positivo en los aprendizajes de los estudiantes.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL



Unidad 1



Contenido

Los números naturales

Bloque I

1. Historia de los números naturales	2
2. Juegos con números naturales I	4
3. Juegos con números naturales II	6
4. Estimación y cálculo mental	8
5. Algoritmos para la adición	10

Bloque II

6. Algoritmo de la resta	12
7. Solución de problemas de suma y resta	14
8. Problemas aditivos	16
9. Técnicas de multiplicación entre naturales	18
10. Técnicas de multiplicación entre naturales, solución de problemas	22

Bloque III

11. Multiplicación y división en los números naturales I	24
12. Multiplicación y división en los números naturales II	26
13. División en los números naturales I	28
14. División en los números naturales II	30
15. Orden en las operaciones	32

Bloque IV

16. Potenciación	34
17. Propiedades de la potenciación	36
18. Radicación	38
19. Ecuaciones	40
20. Solución de problemas con ecuaciones	42

Bloque V

21. Múltiplos y divisores	44
22. Criterios de divisibilidad	46
23. Números primos y números compuestos	48
24. Algoritmo de descomposición en factores primos	50
25. m.c.m. y m.c.d.	52

Resumen de unidad	54
-------------------	----

Evaluación de unidad	55
----------------------	----

Lectura en matemáticas	56
------------------------	----

Estándares

Pensamiento numérico y sistemas numéricos:

- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.
- Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos:

Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

Desempeño de comprensión

- Reconoce algunos aspectos de la historia de los números naturales.
- Reconoce el uso de los números naturales en algunos juegos de cálculo y de análisis.
- Reconoce la importancia del valor posicional y el redondeo para hacer cálculo mental.
- Identifica la relación inversa entre la suma y la resta de naturales
- Reconoce en situaciones de contexto cómo utilizar la suma, la resta o ambas operaciones con números naturales.
- Propone y justifica diferentes estrategias para resolver problemas con números naturales en diferentes contextos.
- Propone y utiliza diferentes procedimientos para realizar operaciones con números naturales.
- Relaciona la multiplicación y la división en los números naturales.
- Reconoce otros algoritmos para realizar divisiones entre números naturales.
- Comprende el algoritmo de la división y lo aplica en situaciones problema sencillas.
- Aplica el orden de las operaciones en la solución de retos matemáticos.
- Utiliza las operaciones y sus inversas en problemas de cálculo numérico.
- Aplica las propiedades de la potenciación en la solución de ejercicios y problemas
- Utiliza métodos informales exploratorios para resolver ecuaciones.
- Soluciona problemas cotidianos que generan ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Propone y utiliza diferentes procedimientos para realizar operaciones con números naturales.
- Interpreta y calcula el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de dos o más números.



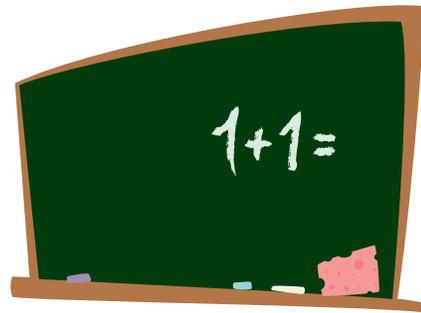
Tema: Los números naturales

Clase 1: Historia de los números naturales

Activación

Actividad 1

Expresa los números descritos en cada caso.



a Doscientos tres mil ciento veintitrés.

b Número de cinco cifras, con solo una cifra diferente de cero.

El **sistema de numeración** que usamos se denomina **decimal** o de **base 10**, dado que se estructura en agrupaciones de 10 en 10. Cada unidad de orden superior se forma a partir de la agrupación de diez unidades del orden inmediatamente inferior. Además, es posicional, es decir, que cada dígito tiene un valor relativo según la posición que ocupa en un número.

Decenas de miles de millón	Unidades de miles de millón	Centenas de millón	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de mil	Decenas de mil	Unidades de mil	Centenas	Decenas	Unidades
10^{10}	10^9	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0

Actividad 2

Lea los siguientes aspectos de la historia de los números naturales y escriba debajo de cada globo una lista de elementos que posiblemente contaban las civilizaciones antiguas.

Desde las civilizaciones más antiguas, el hombre ha tenido la necesidad de contar.

Contaban los miembros de sus tribus, la cantidad de animales que domesticaban, ...

Contaban los objetos o elementos que conformaban su entorno.

Actividad 3

Indique si los siguientes números pertenecen (\in) o no pertenecen (\notin) al conjunto de los números naturales (\mathbb{N}).

5 $\underline{\quad}$ \mathbb{N}

$\frac{2}{3}$ $\underline{\quad}$ \mathbb{N}

126 $\underline{\quad}$ \mathbb{N}

$\frac{15}{2}$ $\underline{\quad}$ \mathbb{N}

3,012 $\underline{\quad}$ \mathbb{N}



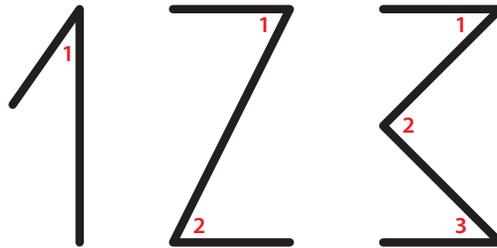
Actividad 4

Marque una **X** en las expresiones que se refieren a números naturales.

- a** Camila cumplió quince años el pasado 21 de diciembre.
- b** La señora Sara Mosquera compra tres libras y media de carne para la semana.
- c** En el colegio hay aproximadamente 1.250 estudiantes.
- d** El promedio de estatura de los jugadores del equipo de baloncesto es 1,76 m.

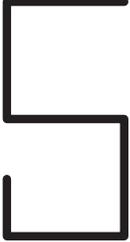
Aproximadamente en el año 4000 a. C, aparecieron en Mesopotamia los primeros trazos de los números, denominados **trazos cuneiformes**; pero también se conocen vestigios del uso de símbolos de la numeración en las antiguas culturas griega y romana.

Una forma interesante de interpretar el trazo de los números se relaciona con los ángulos que se forman al hacer los trazos rectos. Observe el trazo de los números 1, 2 y 3.



Actividad 5

Indique y numere los ángulos de cada número.

- a** 
- b** 
- c** 
- d** 

Evaluación

Actividad 6

- a** ¿Qué número natural está antes del cero? _____
- b** ¿Cuál es el **menor** número de siete cifras distintas que se puede formar? _____
- c** ¿Cuál es el **mayor** número de siete cifras distintas que se puede formar? _____
- d** ¿Cuál es el **menor** número de siete cifras iguales que se puede formar? _____
- e** ¿Cuál es el **mayor** número de siete cifras iguales que se puede formar? _____



Tema: Los números naturales

Clase 2: Juegos con números naturales I

Activación

Actividad 7

Un número natural es un palíndromo si se lee igual de izquierda a derecha y de derecha a izquierda.

Ejemplo:

$$1 \times 1 = 1$$

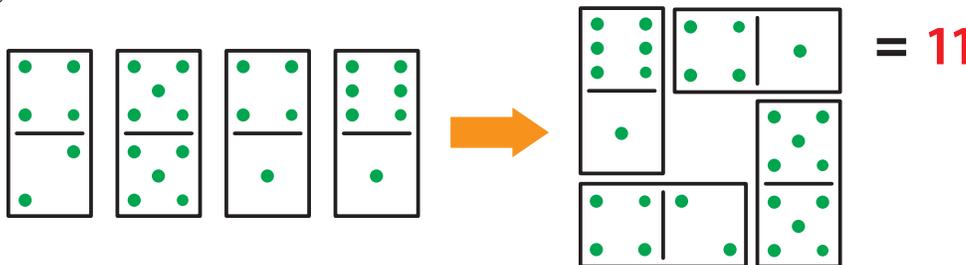
$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

Escriba dos números palíndromos.



Con las siguientes cuatro fichas de dominó se formó un cuadrado y la suma de los puntos de cada lado fue igual a 11.



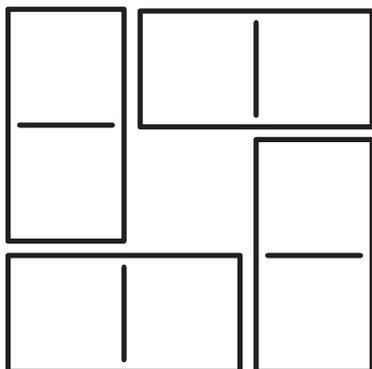
Actividad 8

a) Compruebe que la suma de los puntos en los tres lados restantes es igual a 11.

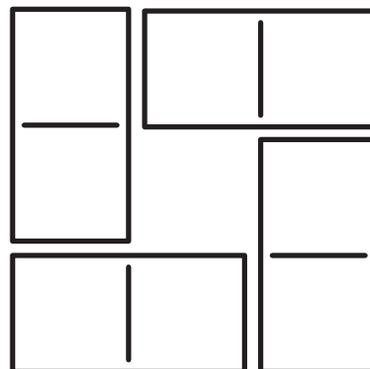
 + + =
 + + =
 + + =

b) Dibuje los puntos en las siguientes fichas de dominó, de forma que la suma de los puntos en cada lado sea la misma. Recuerde que puede usar cualquier ficha de las 28 del dominó.

I.



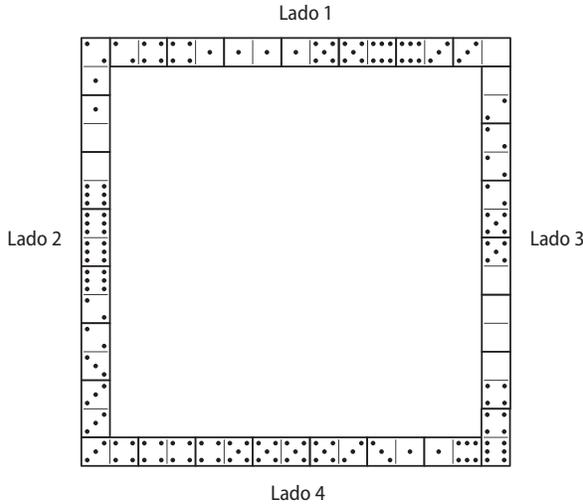
II.



Actividad 9

Vamos a jugar

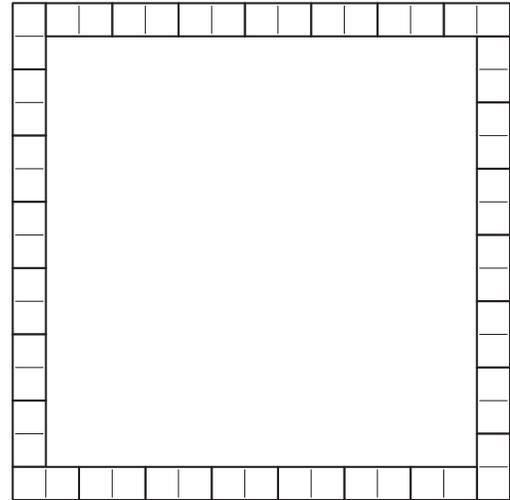
La siguiente imagen muestra las 28 fichas del dominó, ubicadas según las reglas del juego.



a Indique cuánto suman los puntos en cada lado del cuadrado.

Lado 1 **Lado 2** **Lado 3** **Lado 4**

b Dibuje en el cuaderno el siguiente dominó y ubique los puntos en cada ficha, de forma que la suma de los puntos de cada lado sea la misma.



Actividad 10

Consulte algunas reglas y estrategias para jugar y ganar en el dominó.



Evaluación

Actividad 11

Lea y responda: una ficha de dominó está conformada por dos recuadros, cada uno de ellos expone un número representado en puntos.

- a** Si suma todos los recuadros que representan números impares, qué valor se obtiene: _____
- b** Si suma todos los recuadros que representan números pares, qué valor se obtiene: _____



Tema: Los números naturales

Clase 3: Juegos con números naturales II

Activación

Actividad 12

a Escribe el número en cifras.

Novecientos un mil trescientos uno

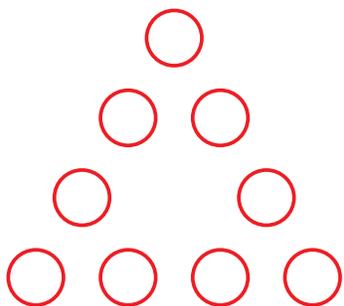
b Escribe el número en letras.

913.502

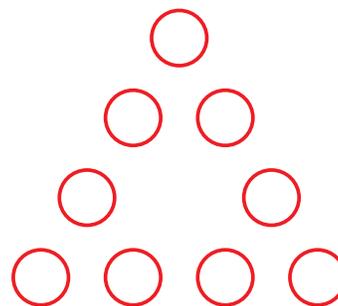
Actividad 13

Escribe los números del 1 al 9 en los círculos, de forma que:

a La suma de cada lado sea igual a 20.

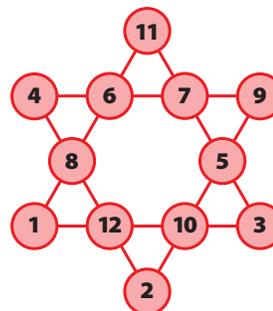


b La suma de cada lado sea igual a 17.



Una **estrella mágica** está formada por seis segmentos que se cortan en doce puntos. En cada intersección se ubican números, de forma que la suma de los números de cada segmento sea la misma para todas las filas.

La suma de los números en cada segmento de la estrella da 26.



Actividad 14

a Determine la suma de todos los segmentos.

Segmento 1. $___ + ___ + ___ + ___ = ___$

Segmento 2. $___ + ___ + ___ + ___ = ___$

Segmento 3. $___ + ___ + ___ + ___ = ___$

Segmento 4. $___ + ___ + ___ + ___ = ___$

Segmento 5. $___ + ___ + ___ + ___ = ___$

Segmento 6. $___ + ___ + ___ + ___ = ___$

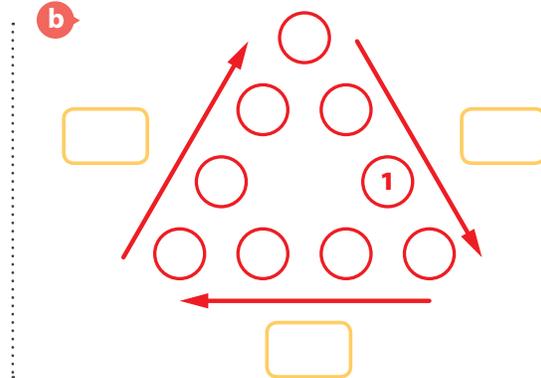
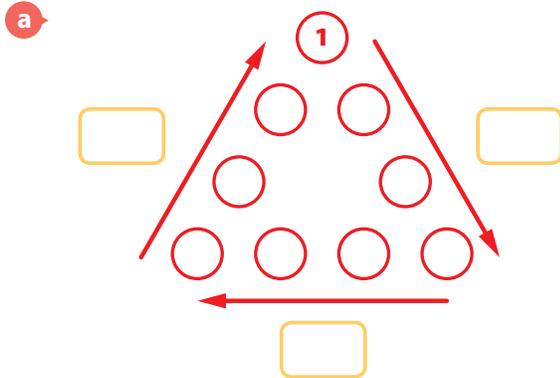


b ¿El resultado de la suma de las puntas de la estrella es igual o diferente al de la suma de cada segmento?

Igual Diferente Explique su respuesta: _____

Actividad 15

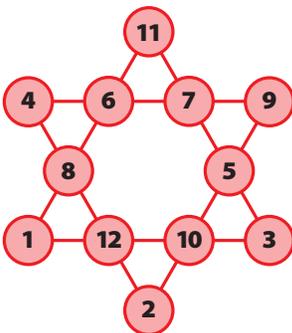
Escriba los números del 1 al 9 sobre cada círculo del triángulo. Inicie con el 1 y en forma consecutiva escriba el resto de los números, siguiendo el orden de la flecha. Escriba la suma de los números en cada lado del triángulo.



c ¿En los dos triángulos la suma de los números de cada lado es igual?

Actividad 16

En la siguiente estrella mágica, la suma de los números de las seis filas es el mismo para todas.



Si a la suma de cada fila le agrega 4 puntos, ¿cuál es el resultado de sumar las seis filas?

La suma en todas las filas es 26

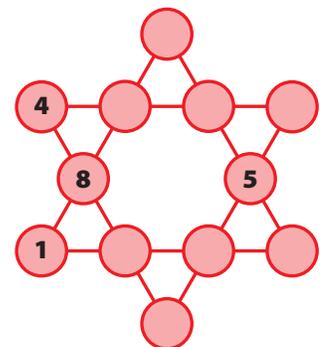
Fila 1	Fila 2	Fila 3
Fila 4	Fila 5	Fila 6

Evaluación

Actividad 17

Reconstruya una nueva estrella en la que la suma de las seis filas y la suma de los seis números de las puntas sea la misma.

Los números dados son una pista para la construcción de la estrella.



Tema: Los números naturales

Clase 4: Estimación y cálculo mental



Activación

Actividad 18

Escriba su documento de identidad en cifras y en letras.

Todo número se puede **descomponer** según el valor posicional de sus cifras.

Descomponer 635.897

CD	DM	UM	C	D	U
6	3	5	8	9	
↓	↓	↓	↓	↓	↓
600.000	30.000	5.000	800	90	7

En forma aditiva



$$600.000 + 30.000 + 5.000 + 800 + 90 + 7$$

Actividad 19

Lea con atención los siguientes ejemplos.

Ejemplo 1

Una madre de familia va al supermercado y deposita en una canasta cuatro artículos que tienen los siguientes precios:

Artículo 1	Artículo 2
\$790	\$680
Artículo 3	Artículo 4
\$530	\$1.950

Antes de llegar a la caja, se pregunta: ¿serán suficientes \$5.000 para pagar los cuatro artículos? Para resolver la pregunta, la madre realiza mentalmente el siguiente esquema:

- \$790 → menos que \$1000
- \$680 → menos que \$1000
- \$530 → menos que \$1000
- \$1950 → menos que \$2000

Después de hacer un cálculo sencillo, concluye que \$5.000 son suficientes para pagar los cuatro artículos.

Ejemplo 2

Tres estudiantes de un colegio del Chocó ofrecieron tres propuestas distintas para calcular la suma de $243 + 479$:

Estudiante I	Estudiante II	Estudiante III
200 + 400 son 600, 43 + 79 suma más de 100, así que el resultado tiene que ser mayor a 700.	243 está por debajo de 250, 479 está por debajo de 500, así que la suma será inferior a 750.	24 + 48 (decenas) son 72 (decenas), así que la suma estará alrededor de 720.



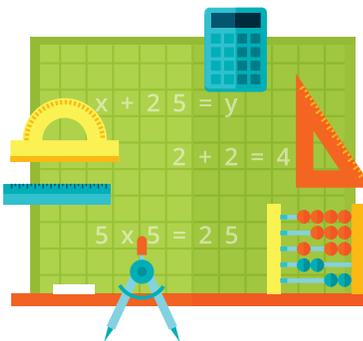
Tema: Los números naturales

Clase 5: Algoritmos para la adición

Activación

Actividad 23

Complete los espacios y compare con un compañero.



$$\begin{matrix} 559 \\ 76 \end{matrix} + \boxed{} - 113 = \boxed{}$$

En matemáticas, lógica, ciencias de la computación y otras disciplinas relacionadas, un **algoritmo** es un conjunto de instrucciones o reglas definidas, no-ambiguas, ordenadas y finitas, que permiten, solucionar un problema, realizar un cómputo, procesar datos y llevar a cabo diversas tareas o actividades.

Actividad 24

Lea y analice el ejemplo de como sumar dos números naturales, haciendo un poco de cálculo mental y teniendo en cuenta el valor posicional.

357 + 235		
AGREGO	QUEDA	SUMA
300	57	535
50	7	585
7	0	592

Primero se hace descomposición **357** en la columna uno: $300 + 50 + 7$.

A 300 le sumo 235, queda por sumar 57.

Primera suma: 535

A 535 le sumo 50, queda por sumar 7.

Segunda suma: 585

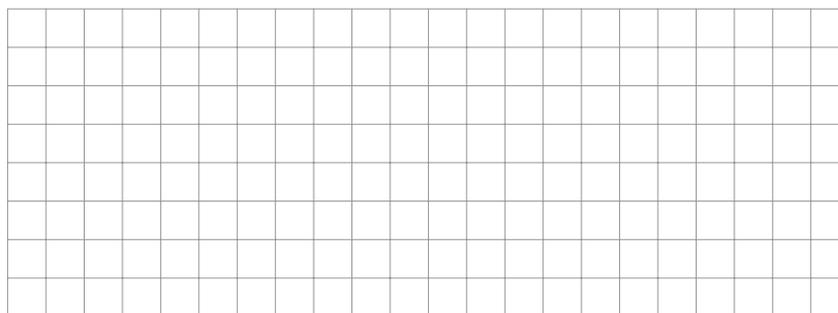
A 585 le sumo 7, no queda nada por sumar.

Suma final: 592

Actividad 25

Aplique el procedimiento anterior para determinar el valor de la suma.

752 + 894		
AGREGO	QUEDA	SUMA



Actividad 26

Complete los espacios para satisfacer cada suma.

a

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & & 9 \\ \hline \end{array} \\
 + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 6 & \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 3 & 4 & 2 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

b

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 8 & & & 4 \\ \hline \end{array} \\
 + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 6 & & 3 & 2 & 9 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 5 & 9 & 6 & \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

Actividad 27

Encuentre en las siguientes sumas el valor numérico que es reemplazado por cada letra.

a

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline A & 5 & 6 \\ \hline \end{array} \\
 + \begin{array}{|c|c|c|} \hline B & A & B \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline C & 1 & 9 & 4 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

b

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline X & 3 & Y \\ \hline \end{array} \\
 + \begin{array}{|c|c|c|} \hline Y & 8 & 4 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline Z & X & 9 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

c

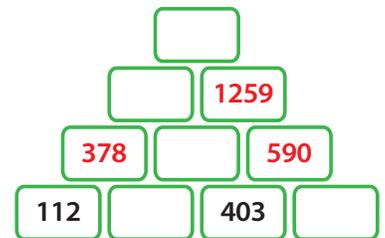
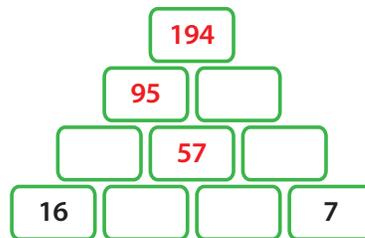
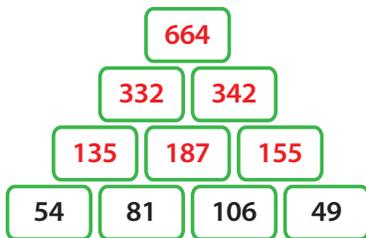
Teniendo en cuenta los valores que encontré para A, B, y C, escriba el resultado de $A + B + C$.

d

Teniendo en cuenta los valores que encontré para X, Y y Z, escriba el resultado de $X + Y + Z$.

Actividad 28

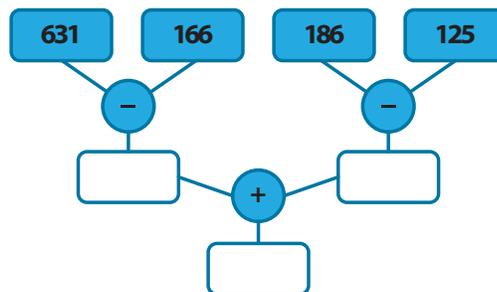
Identifique la relación entre los números de la primera pirámide y complete las otras pirámides con base en dichas relaciones.



Evaluación

Actividad 29

Complete los espacios para satisfacer la igualdad.



Tema: Los números naturales

Clase 6: Algoritmos de la resta



Activación

Actividad 30

Sistema de numeración romano.

Símbolo	I	X	C	M	V	L	D
Número	1	10	100	1000	5	50	500
	Se pueden repetir tres veces seguidas				No se pueden repetir		

Escriba su edad y el año actual usando el sistema de numeración romano.

La resta o sustracción de dos números naturales es la operación que quita la cantidad del número menor (sustraendo) al número mayor (minuendo).

Términos que intervienen en una resta: $a - b = c$.

- a se denomina **minuendo**
- b se denomina **sustraendo**
- El resultado (c) se denomina **diferencia**

Actividad 31

Lea y analice el siguiente ejemplo para restar dos números naturales, tenga en cuenta el valor posicional y las instrucciones al lado derecho de la tabla.

479 - 268		
RESTO	QUEDAN POR RESTAR	DIFERENCIA
200	68	279
60	8	219
8	0	211

A 479 le resto 200, queda por restar 68.

Primera diferencia: 279

A 279 le resto 60, queda por restar 8.

Segunda diferencia: 219

A 219 le resto 8, queda por restar 0.

Diferencia final: 211

Actividad 32

Resuelva las siguientes restas con base en el proceso anterior.

a

1238 - 923		
RESTO	QUEDAN POR RESTAR	DIFERENCIA

b

548 - 349		
RESTO	QUEDAN POR RESTAR	DIFERENCIA

Actividad 33

Encuentre el **minuendo** en los siguientes casos.

a _____ - 10.249 = 25.674

b _____ - 7.000 = 17.604



Actividad 34

Encuentre el **sustraendo** en los siguientes casos.

a $5.628 - \underline{\hspace{2cm}} = 3.829$

b $104.438 - \underline{\hspace{2cm}} = 86.592$

Actividad 35

Encuentre el **sumando** que falta en los siguientes casos.

a $726 + 532 + \underline{\hspace{2cm}} = 1.489$

b $6.566 + 8.549 + \underline{\hspace{2cm}} = 17.693$

Actividad 36

A continuación, se ilustra la propiedad fundamental de la resta.

$90 - 50 = 40$

$(90 + 10) - (50 + 10) = 100 - 60 = 40$

$(90 - 5) - (50 - 5) = 85 - 45 = 40$

Al sumar o restar el mismo número tanto al minuendo como al sustraendo en una resta, el resultado o diferencia será la misma.

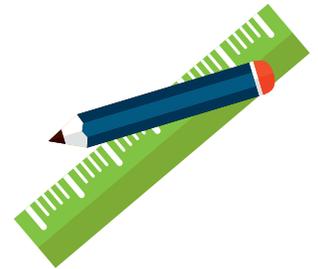
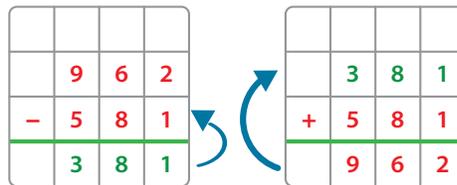
Aplice esta propiedad con el número que desee y complete los espacios correspondientes en cada caso.

a $90 - 42 = 48$; $\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = 48$; $\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = 48$

b $170 - 100 = 70$; $\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = 70$; $\underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} = 70$

Actividad 37

Observe la relación entre la suma y la resta.



Resuelva cada resta y ubique los números en el espacio correspondiente para demostrar la relación entre la suma y la resta.

a

	7	9	4
-	6	4	5
<hr/>			

+	6	4	5
<hr/>			

b

	6	3	5
-	3	7	9
<hr/>			

+	3	7	9
<hr/>			

c

	8	9	1
-	3	4	8
<hr/>			

+	3	4	8
<hr/>			

Evaluación

Actividad 38

Resuelva la resta con base en el proceso aprendido en la Actividad 31.

957 - 639		
RESTO	QUEDAN POR RESTAR	DIFERENCIA
.....
.....
.....

Tema: Los números naturales

Clase 7: Solución de problemas de suma y resta

Activación

Actividad 39



El pico y placa para vehículos particulares en Bogotá, no permite la movilidad de vehículos con placa finalizada en número par o impar, según la fecha del calendario durante las siguientes franjas horarias:

Mañana	Tarde
6:00 a.m. a 8:30 p.m.	3:00 a.m. a 7:30 p.m.

¿Cuántas horas del día se puede movilizar un vehículo con pico y placa en Bogotá?

Los bogotanos prefieren adquirir vehículo con placa finalizada en número par, pues señalan que tienen menos restricción de pico y placa, ¿esta afirmación es verdadera o falsa? Argumente su respuesta.

Propiedades de los números naturales

1. Los números naturales son un **conjunto ordenado**.
2. El conjunto de los números naturales tiene un **elemento mínimo**, del cual se deduce que no es un conjunto vacío y, por tanto, está totalmente ordenado. Es decir, siempre existe un número natural que cumple la relación de $a \leq b$.
3. **Operación interna:** la suma de dos números naturales es siempre otro número natural.
4. **Existencia del elemento neutro:** refiere a un número natural que al ser sumado o multiplicado con otro número natural da ese mismo número.
5. **Propiedad conmutativa:** el orden de los sumandos no altera el resultado.
6. **Propiedad asociativa:** el resultado no depende de la manera en la que se agrupan los términos, cuando existen tres o más cifras en estas operaciones.

Actividad 40

Dos automóviles *A* y *B* parten desde la ciudad de Medellín (Antioquia) hacia el municipio de Istmina (Chocó). El trayecto que los automóviles deben recorrer es de 308 km. El automóvil *A* ha recorrido 110 km del trayecto, cuando el automóvil *B* lleva recorridos los 90 km.



¿Cuál de los dos está más cerca de Istmina?

¿Cuántos kilómetros le falta recorrer a cada automóvil?



Tema: Los números naturales

Clase 9: Técnicas de multiplicación entre naturales



Activación

Actividad 51

Marque los números primos del siguiente listado: **84** **91** **27** **13** **36** **7** **12**

¿Qué es la descomposición factorial?

Los factores son los números que se están multiplicando, por lo tanto, la descomposición factorial consiste en mostrar un número como el resultado de la multiplicación de otros números.

Por ejemplo, vamos a descomponer en factores el número 12:

$$12 = 6 \times 2$$

$$12 = 3 \times 4$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

Actividad 52

Resuelva cada multiplicación con base en el ejemplo.

Ejemplo 1

$$4 \times 12 = (4 \times 10) + (4 \times 2) = 40 + 8 = 48$$

- a) $6 \times 13 =$ _____
- b) $5 \times 14 =$ _____
- c) $7 \times 12 =$ _____
- d) $4 \times 18 =$ _____
- e) $8 \times 17 =$ _____
- f) $9 \times 15 =$ _____

Actividad 53

Resuelva cada multiplicación con base en el ejemplo

Ejemplo 2

$$5 \times 28 = (5 \times 30) - (5 \times 2) = 150 - 10 = 140$$

- a) $3 \times 19 =$ _____
- b) $7 \times 47 =$ _____
- c) $9 \times 27 =$ _____
- d) $4 \times 29 =$ _____
- e) $8 \times 38 =$ _____
- f) $6 \times 26 =$ _____

Actividad 54

Resuelva cada multiplicación con base en el ejemplo.

Ejemplo 3

$$6 \times 45 = 6 \times 5 \times 9 = 30 \times 9 = 270$$

$$6 \times 45 = 3 \times 2 \times 45 = 3 \times 90 = 270$$

- a) $6 \times 15 =$ _____
- b) $5 \times 42 =$ _____
- c) $12 \times 20 =$ _____
- d) $4 \times 25 =$ _____
- e) $8 \times 35 =$ _____
- f) $7 \times 40 =$ _____



Tema: Los números naturales

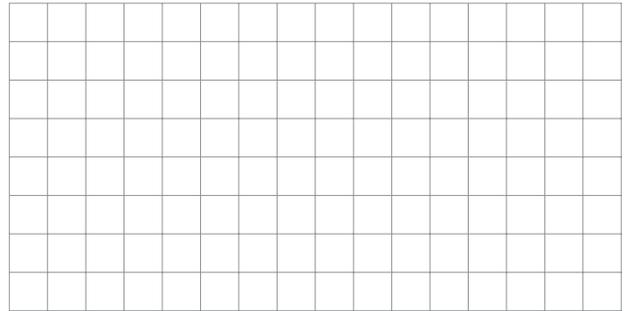
Clase 10: Técnicas de multiplicación entre naturales y solución de problemas

Activación

Actividad 63

Resuelva.

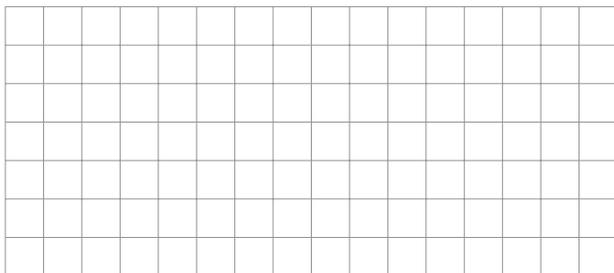
$$\begin{aligned}
 & \text{Cupón} + \text{Cupón} + \text{Cupón} = 30 \\
 & \text{Cupón} + \text{Hamburguesa} + \text{Hamburguesa} = 20 \\
 & \text{Hamburguesa} + \text{Papas} + \text{Papas} = 9 \\
 & \text{Hamburguesa} + \text{Papas} \times \text{Cupón} = ?
 \end{aligned}$$



Aplique las diferentes técnicas de multiplicación vistas previamente para resolver los problemas de las actividades 64, 65 y 66.

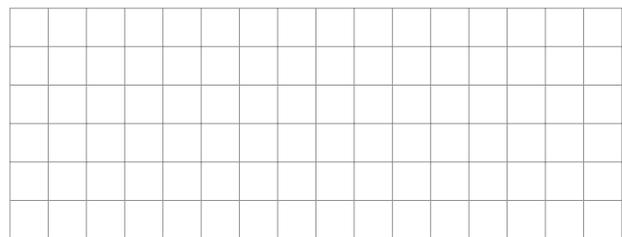
Actividad 64

Margarita quiere cambiar 25 dólares que le envió su hija desde Nueva York. Si la tasa actual en la casa de cambio es de \$2.840/dólar, ¿cuánto dinero en pesos obtendrá por el cambio?



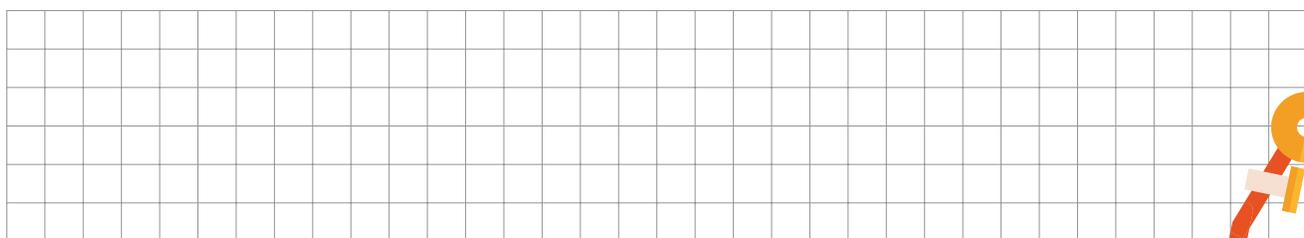
Actividad 65

La profesora de ciencias naturales propone un proyecto de reciclaje en grado sexto, para lo cual pide la ayuda de los 98 estudiantes de este curso. Si cada uno debe llevar 50 tapas de gaseosa, ¿cuántas tapas en total recibirá la profesora para su proyecto?



Actividad 66

La madre de Marinela está organizando la fiesta de cumpleaños de su hija. Para cada niño compró un paquete de galletas de \$650, un jugo de 950 y un paquete de gomitas de \$840. En la fiesta habrán 11 niños, incluida Marinela, ¿cuánto dinero pagó la madre de Marinela por las galletas?, ¿cuánto por los jugos?, ¿cuánto por las gomitas?, ¿cuánto gastó en total?



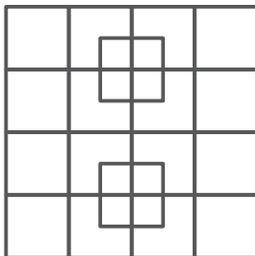
Tema: Los números naturales

Clase 11: Multiplicación y división entre los números naturales I

Activación

Actividad 69

¿Cuántos cuadrados hay en la imagen?

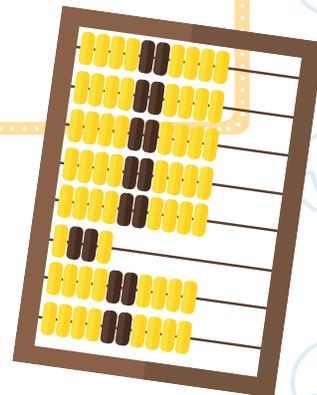


La multiplicación y la división están estrechamente relacionadas ya que la **multiplicación es la operación inversa de la división**. En la multiplicación se busca unir o juntar en grupos iguales, mientras que en la división se busca separar en grupos iguales.

Si tenemos $4 \times 5 = 20$, sus expresiones (en forma de división) serían las siguientes:

$$20 \div 5 = 4$$

$$20 \div 4 = 5$$



Actividad 70

Observe el ejemplo y resuelva.

Ejemplo 1

A partir de estos tres números es posible escribir dos multiplicaciones y dos divisiones.



Multiplicación	División
$7 \times 9 = 63$	$63 \div 9 = 7$
$9 \times 7 = 63$	$63 \div 7 = 9$

Escriba dos multiplicaciones y dos divisiones con los tres números dados, siguiendo el ejemplo anterior.

a



Multiplicación	División

b



Multiplicación	División



Tema: Los números naturales

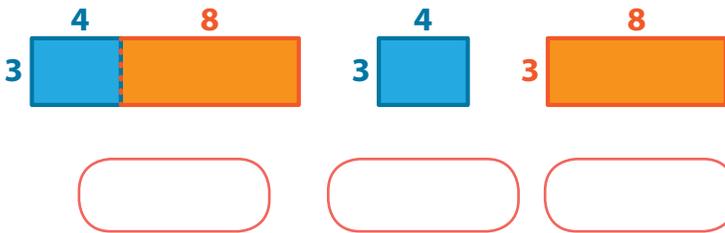
Clase 12: Multiplicación y división entre los números naturales II

Activación

Actividad 74

Determine el área del rectángulo completo y luego las áreas de los dos rectángulos por separado.

Recuerde que el área de un rectángulo es igual al producto del largo por el ancho.



Actividad 75

Observe los siguientes ejemplos que muestran una estrategia de cálculo mental para multiplicar y dividir.

$8 \times 4 = 32$	$4 \times 8 = 32$
$8 \times 40 = 320$	$4 \times 80 = 320$
$8 \times 400 = 3200$	$4 \times 800 = 3200$
$8 \times 4000 = 32000$	$4 \times 8000 = 32000$

$32 \div 8 = 4$	$32 \div 4 = 8$
$320 \div 8 = 40$	$320 \div 4 = 80$
$3200 \div 8 = 400$	$3200 \div 4 = 800$
$32000 \div 8 = 4000$	$32000 \div 4 = 8000$

Complete las multiplicaciones con ayuda de la estrategia anterior.

- a**
- $9 \times 6 =$ _____
 - $9 \times 60 =$ _____
 - $9 \times 600 =$ _____
 - $9 \times 6000 =$ _____

- b**
- $3 \times 9 =$ _____
 - $3 \times 90 =$ _____
 - $3 \times 900 =$ _____
 - $3 \times 9000 =$ _____

Complete las divisiones con ayuda de la estrategia anterior.

- c**
- $72 \div 8 =$ _____
 - $720 \div 8 =$ _____
 - $7200 \div 8 =$ _____
 - $72000 \div 8 =$ _____

- d**
- $35 \div 7 =$ _____
 - $350 \div 7 =$ _____
 - $3500 \div 7 =$ _____
 - $35000 \div 7 =$ _____



Actividad 76

Observe la siguiente estrategia para calcular divisiones.

Ejemplo

$138 \div 6$

+	1	2	0	÷	6	=	2	0	+
		1	8	÷	6	=		3	
=	1	3	8	÷	6	=	2	3	=

Observe que el número 138 se descompuso en dos sumandos, lo cual resulta más sencillo para dividir.



Resuelva las divisiones según la estrategia de cálculo anterior.

a

$256 \div 8$

+	2	4	0	÷	8	=			+
		1	6	÷	8	=			
=	2	5	6	÷	8	=			=

b

$172 \div 4$

+	1	6	0	÷	4	=			+
		1	2	÷	4	=			
=	1	7	2	÷	4	=			=

c

$455 \div 7$

+	4	2	0	÷	7	=			+
				÷	7	=			
=	4	5	5	÷	7	=			=

d

$960 \div 3$

+	9	0	0	÷	3	=			+
				÷	3	=			
=				÷	3	=			=

Evaluación

Actividad 77

Resuelva la división, con ayuda de la estrategia de cálculo mental.



$550 \div 5$

+				÷	5	=			+
		5	0	÷	5	=			
=				÷	5	=			=

Actividad 87

Observe cómo se resolvió cada problema, luego escriba los datos faltantes en el enunciado y la respuesta.



a Para el día del amor y la amistad, Juan compró un paquete de dulces para repartir entre sus amigos. ¿Cuántos dulces le corresponden a cada uno?

Cálculo: $125 \div 5 = 25$ **Respuesta:** A cada amigo de Juan le corresponden

b pasos de Juan miden cm. ¿Cuántos cm miden pasos de Juan?

Cálculo: $560 \div 8 = 70$ $70 \times 3 = 210$ **Respuesta:** Tres pasos de Juan miden



Actividad 88

Escriba la pregunta y la respuesta que faltan en el problema, con base en la solución dada.

Nicolás compra un teléfono celular que cuesta \$469.900 y aporta una cuota inicial de \$100.000, el resto lo paga en nueve cuotas iguales.

Pregunta: _____

Solución: $469.000 - 100.000 = 369.000$ $369.000 \div 9 = 41.000$

Respuesta: _____

Evaluación

Actividad 89

Evalúe cada expresión para el valor dado.

- a** $15 \times m$, para $m = 31$ _____
- b** $5 \times t$, para $t = 564$ _____
- c** $n \div 21$, para $n = 399$ _____
- d** $3458 \div p$, para $p = 26$ _____

Tema: Los números naturales

Clase 15: Orden en las operaciones



Activación

Actividad 90

Proponga: ¿cuál es la respuesta?

$2 + 6 \div 2 \times 3$



Orden para desarrollar operaciones al interior de una expresión matemática:

1. Paréntesis
2. Exponentes
3. Multiplicaciones
4. Divisiones
5. Sumas y restas

Actividad 91

Observe con atención la solución de las siguientes expresiones.

Sin paréntesis

Primero: divisiones y multiplicaciones.

Después: sumas y restas.

$$\begin{aligned}
 &3 + 4 \times 5 \div 10 - 16 \div 4 \\
 &= 3 + 20 \div 10 - 4 \\
 &= 3 + 2 - 4 \\
 &= 5 - 4 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Con paréntesis

Primero: operaciones entre paréntesis.

Después: divisiones y multiplicaciones.

Finalmente: sumas y restas.

$$\begin{aligned}
 &5 \times (10 - 6) + 45 \div (15 - 18 \div 3) \\
 &= 5 \times 4 + 45 \div (15 - 6) \\
 &= 20 + 45 \div 9 \\
 &= 20 + 5 \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

Actividad 92

Complete los espacios con los números correspondientes.

a $9 \div 3 + 12 + 9 \times 2 - 3$

$$\begin{aligned}
 &= \boxed{} + 12 + \boxed{} - 3 \\
 &= \boxed{} - \boxed{} \\
 &= \boxed{}
 \end{aligned}$$

b $20 \times (3 + 7) - 4 \div (36 \times 2 - 70)$

$$\begin{aligned}
 &= 20 \times \boxed{} - 4 \div (\boxed{} - 70) \\
 &= \boxed{} - 4 \div \boxed{} \\
 &= \boxed{} - \boxed{} \\
 &= \boxed{}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{c} \quad & 23 + 14 \div 2 - 8 - 2 + 5 \times 2 \\
 & = 23 + \boxed{} - 8 - 2 + \boxed{} \\
 & = \boxed{} - 8 - 2 + \boxed{} \\
 & = \boxed{} - 2 + \boxed{} \\
 & = \boxed{} + \boxed{} \\
 & = \boxed{}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d} \quad & 5 \times (10 - 6) + 45 \div (15 - 18 \div 3) \\
 & = 5 \times \boxed{} + 45 \div (15 - \boxed{}) \\
 & = \boxed{} + 45 \div \boxed{} \\
 & = \boxed{} - \boxed{} \\
 & = \boxed{}
 \end{aligned}$$

Actividad 93

Escriba los signos +, -, x, ÷ y () donde sean necesarios, para obtener los resultados indicados. Observe los ejemplos de solución con el número 3 y el 9.

$$(4 \times 4 - 4) \div 4 = 3$$

$$4 + 4 \div 4 + 4 = 9$$

a $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 0$

b $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 5$

c $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 1$

d $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 6$

e $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 2$

f $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 7$

g $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 3$

h $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 8$

i $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 4$

j $4 \square 4 \square 4 \square 4 = 10$

Actividad 94

Escriba los paréntesis en el lugar correcto para que el resultado sea el indicado.

a $2 + 5 \times 3 = 21$

b $12 \div 6 + 6 = 1$

c $2 + 3 + 3 + 5 = 90$

d $4 + 4 \div 2 \times 3 - 2 = 6$

Evaluación

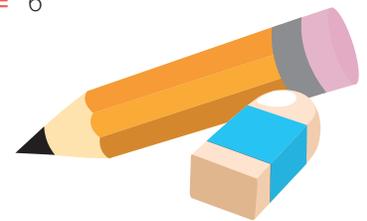
Actividad 95

Digite en su calculadora la siguiente operación.

$$\begin{array}{c}
 \boxed{6 + 2 \times 3} \quad \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \quad \begin{array}{c} \boxed{6} \quad \boxed{+} \quad \boxed{2} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{3} \quad \boxed{=} \quad \boxed{24} \\ \boxed{6} \quad \boxed{+} \quad \boxed{2} \quad \boxed{\times} \quad \boxed{3} \quad \boxed{=} \quad \boxed{12} \end{array}
 \end{array}$$

¿Cuál resultado obtuvo: 12 o 24? _____

- Si el resultado obtenido fue 24, su calculadora **no respeta** el orden de las operaciones matemáticas y el resultado es **incorrecto**.
- Si el resultado obtenido fue 12, su calculadora **respeta** el orden de las operaciones matemáticas y el resultado es **correcto**.



Tema: Los números naturales

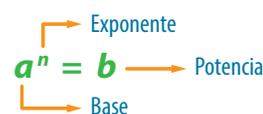
Clase 16: Potenciación

Activación

Actividad 96

Lea y resuelva la pregunta: en una fábrica de chocolates se utilizan tres tamaños de cajas para empacar los productos. En la caja de tamaño grande se pueden empacar 4 cajas medianas, cada caja mediana solo puede contener 4 cajas pequeñas y en cada caja pequeña se pueden empacar 4 bolsas con 4 chocolates cada una, ¿cuántos dulces hay en 4 cajas grandes?

La **potenciación** es una forma abreviada de escribir un producto, cuyos factores son todos iguales.

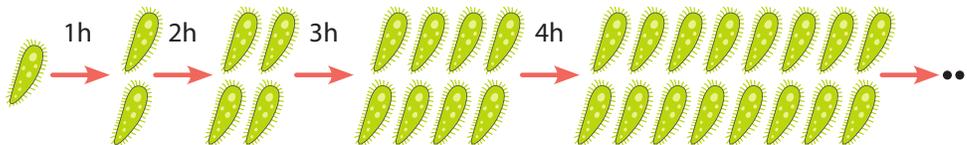


Actividad 97

Lea y analice el ejemplo.

Ejemplo

Si una bacteria cada hora se divide después de reproducirse, ¿cuántas bacterias habrá después de 1 hora, de 2 horas, de 3 horas y de 4 horas?



La cantidad de bacterias después de 1h, 2h, 3h y 4h forman la siguiente secuencia de números:

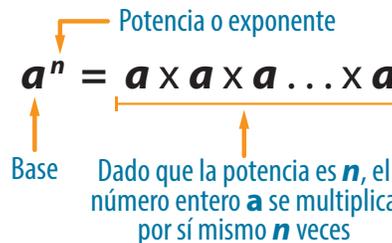
2	4	8	16
que es equivalente a:			
2	2 x 2	2 x 2 x 2	2 x 2 x 2 x 2

Estos productos indicados, en los cuales todos los factores son iguales, se pueden escribir de forma abreviada como:

2 ¹	2 ²	2 ³	2 ⁴
----------------	----------------	----------------	----------------

Esta operación es, entonces, la que comúnmente conocemos como **potenciación**.

En general:



Actividad 98

Expresa los siguientes productos como una potencia.

- a) $3 \times 3 =$ _____
- b) $a \times a \times a \times a \times a \times a \times a =$ _____
- c) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 =$ _____
- d) $m \times m \times m \times m \times m =$ _____
- e) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 =$ _____
- f) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ _____



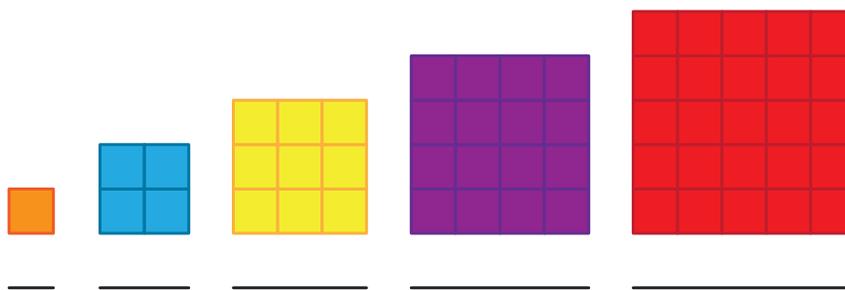
Actividad 99

Identifique en cada caso la base, el exponente y determine la potencia.

	Base	Exponente	Potencia
a) 3^5			
b) 5^4			
c) 7^3			
d) 10^6			

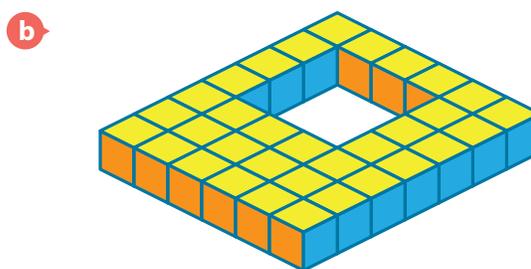
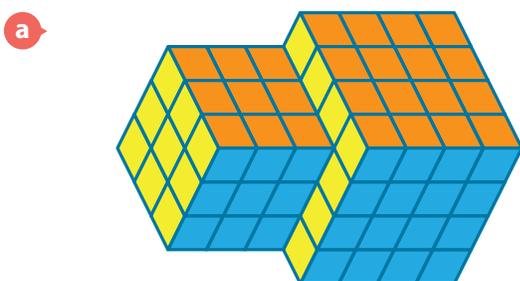
Actividad 100

Utilice la potenciación para determinar el número de cuadrados pequeños en cada figura.



Actividad 101

Utilice la potenciación para determinar el número de cubos pequeños en cada figura.



Evaluación

Actividad 102

Un cultivo de bacterias se triplica cada hora. Si inicialmente hay 3 bacterias, escriba el número de bacterias que se obtienen en el tiempo señalado.

Horas	0	1	2	3	4	5
Bacterias	3					

Tema: Los números naturales

Clase 18: Radicación

Activación

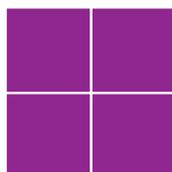
Actividad 111



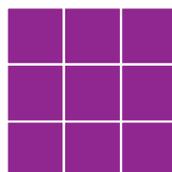
Recuerde:



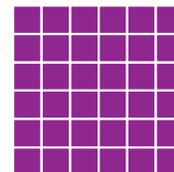
$1^1 = 1$



$2^2 = 4$



$3^2 = 9$



$6^2 = 36$

La **radicación** es la **operación inversa a la potenciación** y consiste en dados dos números, **radicando** e **índice**, se debe hallar un tercero (**raíz**) que elevado al índice, su resultado sea igual al radicando.

$\overset{\text{índice}}{\sqrt{\text{Radicando}}} = \text{Raíz}$



En la **raíz cuadrada** el **índice es 2**, aunque en este caso se omite.

$\sqrt{\text{Radicando}} = \text{Raíz}$

La raíz cuadrada de un número *a* es **exacta** cuando encontramos un número *b*, que elevado al cuadrado, es igual al radicando:

$b^2 = a.$



Actividad 112

Escriba la base de las potencias.

a ² = 49

d ³ = 27

g ⁴ = 16

b ² = 36

e ³ = 125

h ³ = 64

c ² = 100

f ³ = 1

i ⁴ = 81



Actividad 113

Lea y analice.

En una prueba de matemáticas se preguntó: ¿Cuál es el número natural que elevado al cuadrado da 16?

Liliana contestó 4 y Andrés contestó 8.

Para saber quién tiene razón se verifican ambas respuestas, es decir: $4^2 = 4 \times 4 = 16$ y $8^2 = 8 \times 8 = 64$

Por lo tanto, 4 es el número natural que elevado al cuadrado tiene como resultado 16. A partir de lo anterior, quien tiene la razón es Liliana.

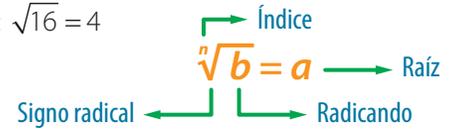
También podemos concluir que la **raíz cuadrada** de 16 es 4.



A la operación anterior se le conoce con el nombre de **radicación** y se escribe así: $\sqrt{16} = 4$

Se lee raíz cuadrada de dieciséis es igual a cuatro.

Observe que $4^2 = 16$.



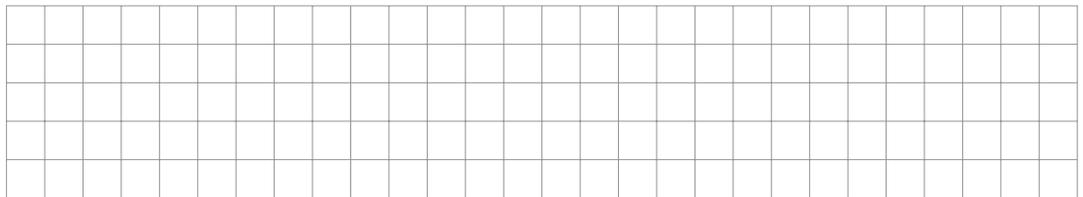
Actividad 114

Observe la potencia y determine la raíz.

- a $5^3 = 125 \rightarrow \sqrt[3]{125} = \square$
- b $3^4 = 81 \rightarrow \sqrt[4]{81} = \square$
- c $2^6 = 64 \rightarrow \sqrt[6]{64} = \square$
- d $10^4 = 10.000 \rightarrow \sqrt[4]{10.000} = \square$

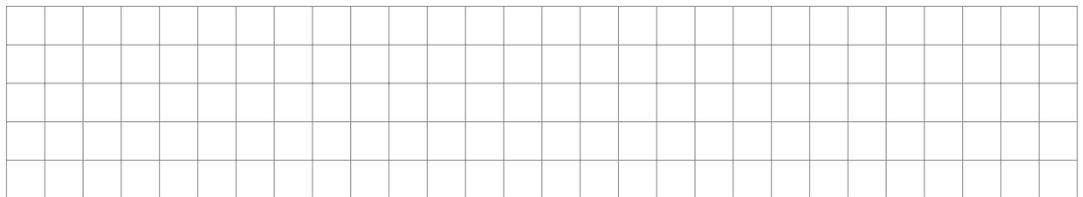
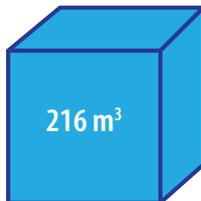
Actividad 116

Determine la longitud del lado de un cuadrado, que constituye el área de un terreno de 10.000 metros cuadrados.



Actividad 117

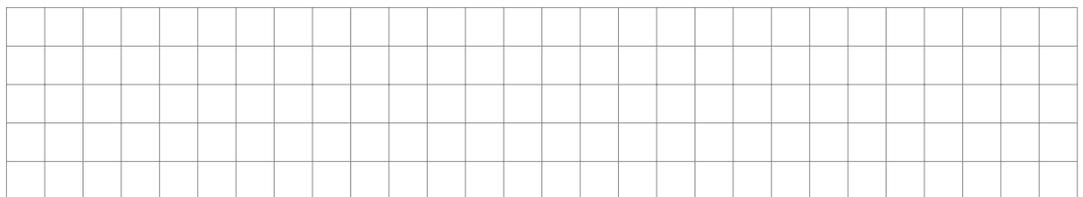
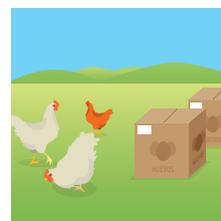
Determine la longitud de la arista de un cubo, cuyo volumen es de 216 metros cúbicos.



Evaluación

Actividad 118

Lea y responda a la pregunta: la producción de una granja avícola fue de 27.000 huevos, empacados en cajas de capacidad de 30 cubetas con 30 huevos cada una, ¿cuántas cajas se requirieron para empacar todos los huevos?



Tema: Los números naturales

Clase 19: Ecuaciones

Activación

Actividad 119

Resuelva:

Si:  = 4  = 6  = 2  = 8

 +  +  =

Entonces:  +  -  =

 -  +  =

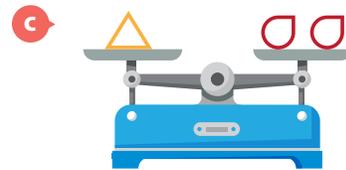
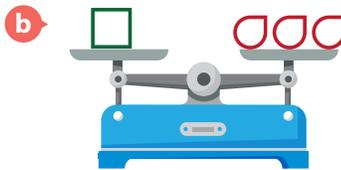
¿Qué es una ecuación?

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones alfanuméricas en las que aparece una o más incógnitas. Normalmente, la **incógnita** se representa con **x**.

La incógnita **x** representa al número (o números), si existe, que hace que la igualdad sea **verdadera**. Este número desconocido es la solución de la ecuación, pues al reemplazar dicha **x** por la solución, la igualdad debe ser cierta.

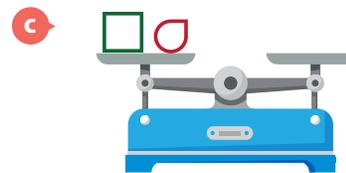
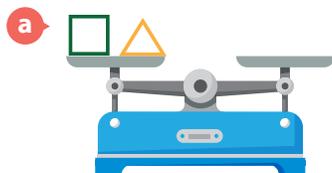
Actividad 120

Escriba dentro de las figuras los números naturales que hacen que las balanzas se mantengan en equilibrio.



Actividad 121

Con base en las tres balanzas de la actividad anterior, dibuje en el platillo vacío los objetos que hacen que la balanza esté en equilibrio.



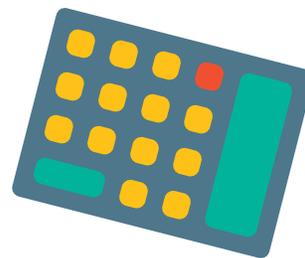
Actividad 122

Responda: ¿por cuál número natural se puede reemplazar la x para que las balanzas estén en equilibrio?



Tema: Los números naturales

Clase 20: Solución de problemas con ecuaciones

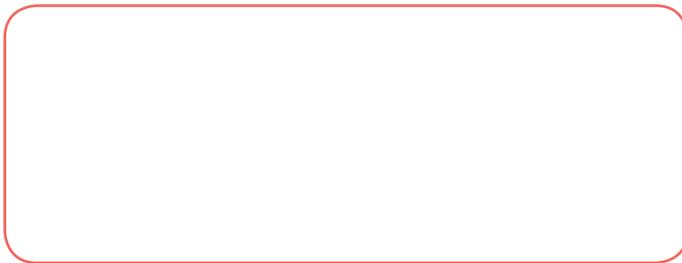


Activación

Actividad 127

Resuelva.

$$\begin{aligned} \text{Hexágono} + \text{Hexágono} + \text{Hexágono} &= 45 \\ \text{Banana} + \text{Banana} + \text{Hexágono} &= 23 \\ \text{Banana} + \text{Reloj} + \text{Reloj} &= 10 \\ \text{Reloj} + \text{Banana} + \text{Banana} + \text{Hexágono} &= ?? \end{aligned}$$



El orden de las operaciones suma, resta, multiplicación y división

Para empezar, es necesario considerar las expresiones que incluyan una o más operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación y división. El orden de las operaciones requiere que todas las multiplicaciones y divisiones se hagan primero, en un **orden de izquierda a derecha** según aparezcan en la expresión.

Después que se han completado la multiplicación y la división, se prosigue con suma y resta en un **orden de aparición de izquierda a derecha** en la expresión.

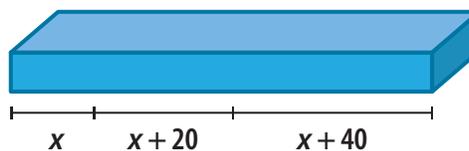
Actividad 128

Lea y analice el siguiente problema y su solución.

Un carpintero debe cortar una tabla de 6 metros de largo en tres trozos. Si cada trozo debe tener 20 centímetros más que el anterior, ¿cuáles deben ser las longitudes de cada trozo?

Solución:

Sea x la longitud del trozo más corto, pues es observable que la longitud del segundo trozo es $x + 20$ y la del tercer trozo $x + 40$.



Por tanto: $x + (x + 20) + (x + 40) = 600$

$x + (x + 20) + (x + 40) = 600$

$(x + x + 20) + (x + 40) = 600$

$30x + 60 = 600$

$30x + 60 - 60 = 600 - 60$

$3x = 540$

$\frac{1}{3} \cdot 3x = \frac{1}{3} \cdot 540$

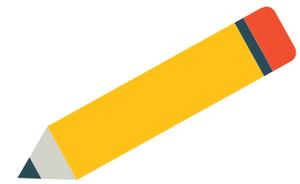
$x = 180$

- Ecuación original.
- Conmutar y agrupar términos.
- Efectuar las sumas.
- Restar 60 a ambos lados de la igualdad.
- Efectuar las restas.
- Multiplicar $\frac{1}{3}$ por ambos lados de la igualdad.
- Simplificar.



Finalmente:

- El valor de x corresponde a la medida del trozo más corto.
- El trozo más corto (x) mide 180 cm.
- El segundo trozo mide $x + 20$, entonces es igual a $180 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 200 \text{ cm}$.
- El tercer trozo mide $x + 40$, entonces eso equivale a $180 \text{ cm} + 40 \text{ cm} = 220 \text{ cm}$.



Actividad 129

Lea el enunciado y responda: la base de un rectángulo mide el doble de su altura, si su perímetro es de 180 cm, ¿cuánto mide la base y la altura?

$2x$

x

x

$2x$

Actividad 130

Lea el enunciado y responda: la suma de dos números es 25 y uno de ellos es 15 unidades mayor que el otro, ¿cuáles son los números?

$\#_1 + \#_2 = 25$

Actividad 131

Resuelva: La suma de 4 números consecutivos es 60, ¿cuáles son los números?

$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) = 60$

Actividad 132

Si Ana es 12 años menor que Eva y dentro de 7 años la edad de Eva será el doble de la edad de Ana, ¿qué edad tiene Eva?

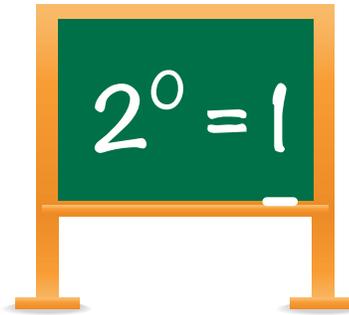
Evaluación

Actividad 133

Encuentre el número cuya suma de su doble y de su triple es igual a 100.

Tema: Los números naturales

Clase 21: Múltiplos y divisores



Activación

Actividad 134

Recuerde que en la división exacta:

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividendo} \\
 24 \overline{) 2} \rightarrow \text{Divisor} \\
 \underline{04} \quad 12 \rightarrow \text{Cociente} \\
 0
 \end{array}$$

Se puede decir que:

- 24 es divisible por 2
- 24 es múltiplo de 2
- 2 es divisor de 24

Los **múltiplos de un número** son los que se obtienen al multiplicar dicho número por todos los números naturales, salvo el 0.

Los **divisores de un número** natural son aquellos números que divididos entre dicho número arrojan un resultado exacto, es decir, el resto de la división es cero.

Para saber si un número es múltiplo de se debe hacer la división y comprobar que el cociente es un número natural y el **resto de la división es cero**.

Para saber si un número es divisor de otro es necesario hacer la división y comprobar si el **resto de la división es cero**.

Actividad 135

Escriba en cada grupo de cuadros los múltiplos (M) o divisores (D), según se indique. Tenga en cuenta que cada conjunto de números está ordenado, pero no necesariamente están todos.

Diagram showing a grid of boxes for activity 135. The grid is 11 boxes wide and 11 boxes high. Some boxes contain numbers:

- M_4 (purple box): 32
- M_7 (blue box): 7
- M_{11} (green box): 11
- M_5 (yellow box): 45
- M_{18} (orange box): 18
- M_{24} (red box): 24
- D_{18} (orange box): 2
- D_{72} (blue box): 72
- D_{24} (red box): 24



Actividad 136

Escriba el listado de al menos cinco múltiplos y todos los divisores según se indique.

- a) Múltiplos de 3 $M_3 =$
- b) Divisores de 15 $D_{15} =$
- c) Múltiplos de 12 $M_{12} =$
- d) Divisores de 25 $D_{25} =$

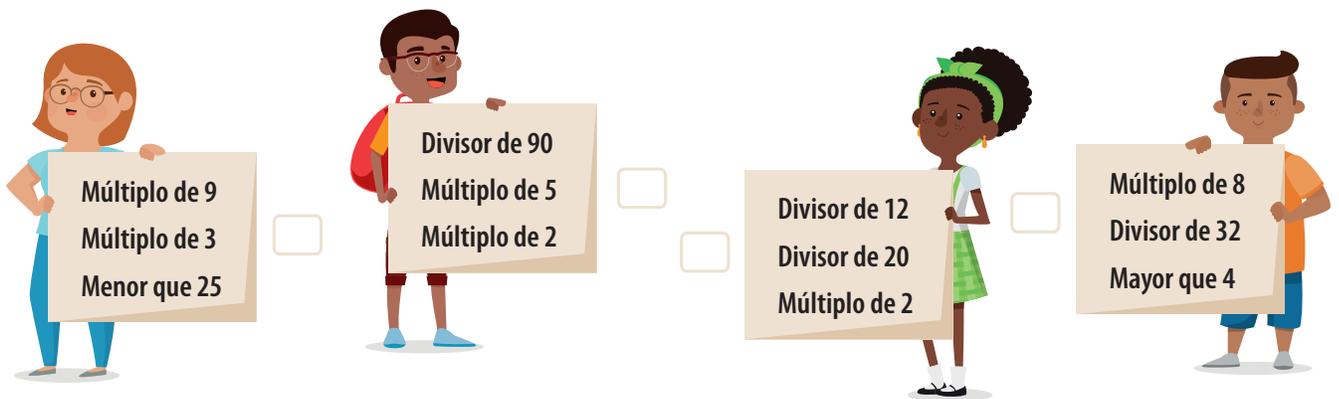
Actividad 137

Marque con una X los múltiplos del número dado.

- a) 7 35 100 157 42 73 21
- b) 8 32 196 16 207 56 187
- c) 6 16 24 12 26 146 42
- d) 4 16 8 70 91 28 53

Actividad 138

Encuentre en cada cartel el número que cumple con todas las condiciones que se indican.



Evaluación

Actividad 139

Encuentre el número que cumple las condiciones en cada caso.

- a) Divisor de 15
 Divisor de 45
 Múltiplo de 3
- b) Múltiplo de 3
 Múltiplo de 9
 Múltiplo de 27

Tema: Los números naturales

Clase 23: Números primos y números compuestos

Activación

Actividad 147

Observe y proponga, ¿cuál es el valor de cada figura?

$$\begin{aligned}
 4 + \text{Círculo Verde} &= \text{Triángulo Naranja} \\
 \text{Triángulo Naranja} - 4 &= \text{Cuadrado Azul} \\
 6 - \text{Cuadrado Azul} &= \text{Corazón Rojo} \\
 \text{Corazón Rojo} + 2 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Círculo Verde} &= \square \\
 \text{Cuadrado Azul} &= \square \\
 \text{Triángulo Naranja} &= \square \\
 \text{Corazón Rojo} &= \square
 \end{aligned}$$

Un **número primo** es un número entero con exactamente dos divisores: 1 y el mismo número.

El 1 no es número un primo, ya que solo tiene un divisor.

Así, los números primos más pequeños son:

2, 3, 5, 7, ...

Un **número compuesto** es un número entero con más de dos divisores.

Así, todos los números enteros (excepto 0 y 1) son primos o compuestos.

Actividad 148

Siga las instrucciones para encontrar en la siguiente tabla los números primos entre 1 y 100.

Instrucciones

- Marque con **X** el número 1.
- Marque con **X** todos los múltiplos de 2, excepto 2.
- Marque con **X** todos los múltiplos de 3, excepto 3.
- Marque con **X** todos los múltiplos de 5, excepto 5.
- Marque con **X** todos los múltiplos de 7, excepto 7.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Escriba a continuación los números que quedaron sin marcar con **X** en la tabla.

Números primos entre 1 y 100

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Tema: Los números naturales

Clase 24: Algoritmo de descomposición en factores primos

Activación

Recuerde que:

- Un número compuesto siempre puede escribirse como producto de números menores que él.
- Un número primo solo puede escribirse como producto de 1 y de él mismo.

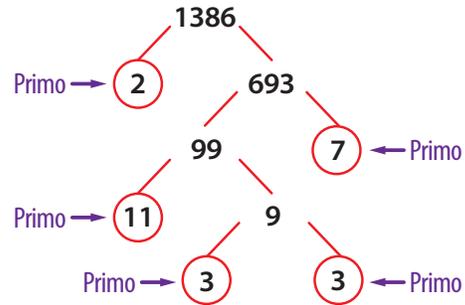
La **factorización prima** es el proceso de descomponer un número en sus **factores primos**.

La factorización prima de un número puede encontrarse usando un **árbol de factores**.

Para comenzar, se deben encontrar dos factores, los cuales si se multiplican entre sí, nos dan el número del que hallaremos la factorización prima. Después, se divide cada rama del árbol en un par de factores hasta que todas las ramas terminen en números primos.

A continuación, se muestra un árbol de factores para el número 1386. En primer lugar, 1386 es

par, por lo tanto 2 es un factor. Si se divide entre 2, obtenemos: $1386 = 2 \times 693$, y procedemos:



Esto muestra que la factorización prima de 1386 es $2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11$.

Actividad 153

Realice la descomposición en factores primos de cada número.

a 120

b 340

c 378

Actividad 154

Relacione con una línea cada descomposición de factores primos de la columna A con su correspondiente número en la columna B.

Columna A	
$2^2 \times 7 \times 3$	<input type="checkbox"/>
$2^4 \times 3 \times 5$	<input type="checkbox"/>
$2^2 \times 3^2 \times 7$	<input type="checkbox"/>
$3^2 \times 5^2$	<input type="checkbox"/>

Columna B	
225	<input type="checkbox"/>
364	<input type="checkbox"/>
252	<input type="checkbox"/>
240	<input type="checkbox"/>



Tema: Los números naturales

Clase 25: Mínimo común múltiplo m.c.m. y máximo común divisor MCD

Mínimo Común Múltiplo

El mínimo común múltiplo de dos números a y b es el número más pequeño que es tanto múltiplo de a como múltiplo de b .

Para denotar el mínimo común múltiplo de a y b se escribe **m.c.m. (a, b)**

La forma más rápida de calcular el **mínimo común múltiplo** de dos números es:

- Se descomponen los números en números primos (producto de potencias de primos).
- El mínimo común múltiplo es el producto de todas las potencias que aparecen en las descomposiciones.
- Si alguna de las bases aparece en ambas descomposiciones, entonces es necesario la de mayor exponente.

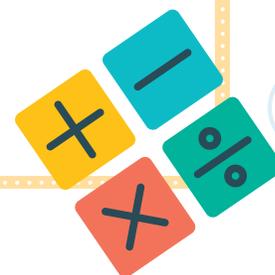
Máximo Común Divisor

El máximo común divisor de dos números a y b es el número más grande que divide tanto a a como a b .

Para denotar el máximo común divisor de a y b se escribe **MCD (a, b)**

La forma más rápida de calcular el **máximo común divisor** de dos números es:

- Se descomponen los números en números primos (producto de potencias de primos).
- El máximo común divisor es el producto de las potencias que aparecen en las dos descomposiciones, pero cuyo exponente sea el menor.



Actividad 159

Encuentre el m.c.m.

a 9 12 32

m.c.m. (9, 12, 32) =

b 5 3 18

m.c.m. (5, 3, 18) =

c 4 12 14

m.c.m. (4, 12, 14) =

Actividad 160

Encuentre el MCD.

a 16 32

MCD (16, 32) =

b 14 91

MCD (14, 91) =

c 105 35

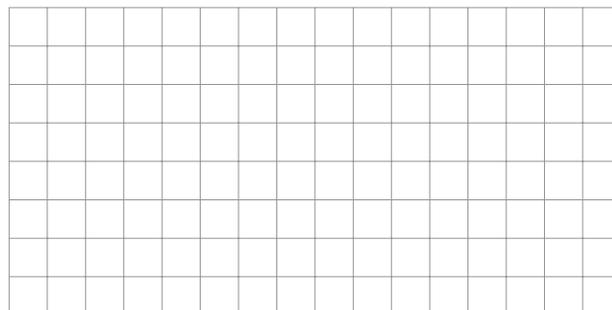
MCD (105, 35) =



Actividad 161

Lea atentamente y responda las preguntas: Carlos tiene tres tablas, una de 6 metros, una de 12 metros y una de 18 metros, y quiere cortar todas las tablas en trozos de la misma longitud.

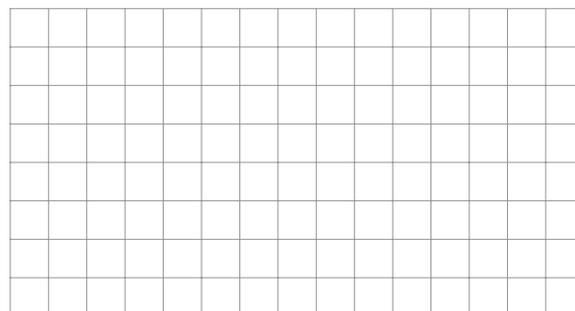
- a) ¿Qué longitud debe tener cada trozo?
- b) ¿Cuántos trozos resultan de cada tabla?
- c) ¿Cuántos trozos resultan en total?



Actividad 162

Lea atentamente y responda las preguntas: Camila compró una cartulina de 120 cm de largo por 100 cm ancho y debe recortar cuadrados congruentes, del mayor tamaño posible, sin que le sobre cartulina.

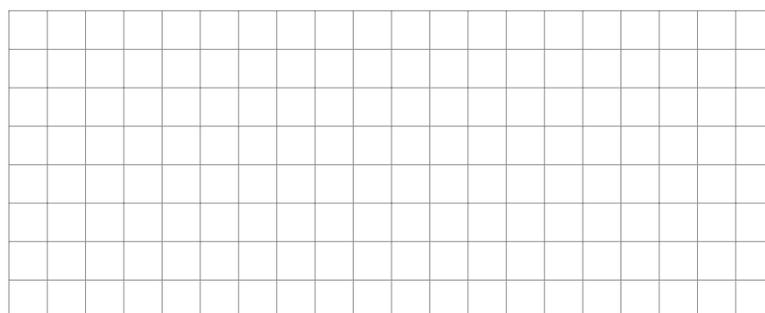
- a) ¿Cuáles deben ser las medidas de estos cuadrados?
- b) ¿Cuántos cuadrados podrá recortar?



Actividad 163

Sofía acude a clase de piano los días que son múltiplos de 2, a clase de esgrima va los días que son múltiplos de 3 y a clase de técnica vocal los días que son múltiplos de 4. En el mes de marzo, ¿qué días tendrá las tres clases el mismo día?

Marzo 2020						
Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				



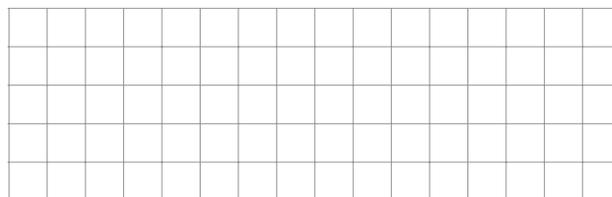
Evaluación

Actividad 164

En la tienda de Manuel hay una caja con 12 naranjas y otra con 18 peras. Manuel quiere distribuir las frutas en cajas más pequeñas, de forma que:

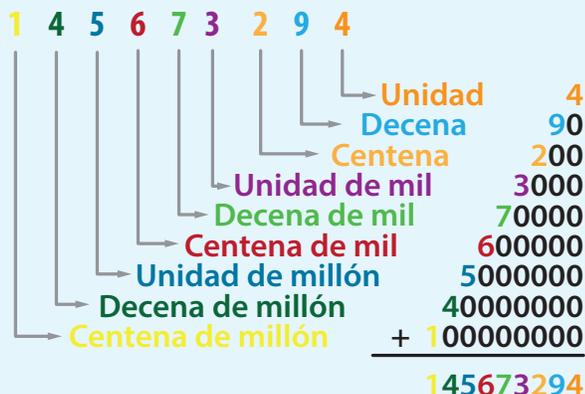
- Todas las cajas tengan el mismo número de frutas.
- Cada caja solo pueda tener o peras o naranjas.
- Las cajas deben ser lo más grandes posible.

¿Cuántas frutas debe haber en cada caja?



Resumen de unidad

Sistema de numeración decimal



Sistema de numeración romano

Símbolo	I	X	C	M
Decimal	1	10	100	1000
	Se pueden repetir tres veces seguidas			

Símbolo	V	L	d
Decimal	5	50	500
	No se pueden repetir		

Propiedades de la potenciación

Exponente cero	$a^0 = 1$	Potencia de un producto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Exponente uno	$a^1 = a$	Potencia de un cociente	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
Producto de potencias de igual base	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	Potencia de una potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Cociente de potencias de igual base	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	Exponente negativo	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left[\frac{a}{b}\right]^{-n} = \left[\frac{b}{a}\right]^n$

Orden para desarrollar operaciones al interior de una expresión matemática.

-
1. Paréntesis
 2. Exponentes
 3. Multiplicaciones
 4. Divisiones
 5. Sumas y restas



Un **número primo** es un número entero con exactamente dos divisores integrales: 1 y el mismo número.

Un **número compuesto** es un número entero con más de dos divisores integrales.

Mínimo común múltiplo

El mínimo común múltiplo de dos números a y b es el número más pequeño que es tanto múltiplo de a y múltiplo de b .

Máximo común divisor

El máximo común divisor de dos números a y b es el número más grande que divide tanto a a como a b .



Evaluación de unidad

- 1 Sebastián tiene una estatura mayor que la de Mauricio, pero menor que la de Edgar. Si Edgar mide 178 cm y Mauricio mide 176 cm, ¿cuál es la posible estatura de Sebastián?

A. 179 cm	B. 177 cm
C. 180 cm	D. 176 cm

- 2 La madre de Gabriela se ha comprado una tablet por un valor de 365 euros. El mismo día, se compró un pantalón de 27 euros y, como tenía hambre, fue a cenar a un restaurante, lo cual le valió 21 euros. Después de pagar, le quedaron 536 euros en el banco, ¿cuánto dinero tenía la madre de Gabriela antes de hacer las compras?

A. 557 euros	B. 584 euros
C. 536 euros	D. 949 euros

- 3 Miguel le regaló a su primo Jorge un computador portátil que le valió \$1.347.000 y un móvil que le costó \$866.000 menos que el ordenador. Si tenía \$2.000.000 para pagar, ¿cuánto dinero le sobró?

A. \$1.828.000	B. \$172.000
C. \$213.000	D. No le sobró

- 4 Mario tiene 11 años y es 4 años menor que su hermana. Entre los dos tienen 19 años menos que su madre, ¿cuántos años tiene la madre?

A. 45	B. 40
C. 55	D. 30

- 5 Pablo es conductor de autobús y me ha dicho que en cada viaje hace 240 km, viajando a una velocidad media de 80 km/h, ¿cuánto tiempo tarda en hacer su recorrido?

A. 4 horas	B. 3 horas
C. 2 horas	D. 5 horas

- 6 Miguel y su padre se llevan 25 años de edad. ¿Cuál es la edad de Miguel si dentro de 15 años, la edad de su padre será el doble de la suya.

A. 12,5 años	B. 10 años
C. 12 años	D. 15 años

- 7 El área del terrero destinado para la construcción de una biblioteca regional es 250 m², ¿cuál perímetro del terreno sí tiene forma cuadrada?

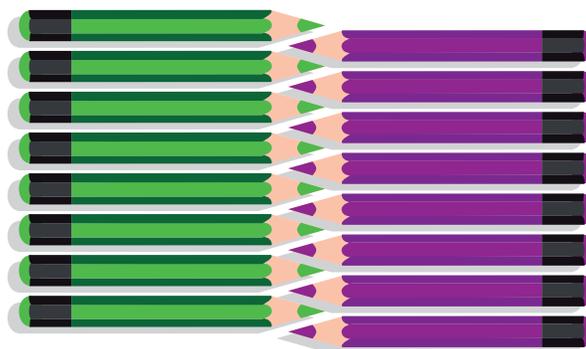
A. 50 m ²	B. 62,5 m
C. 50 m	D. 200 m

- 8 ¿Cuáles son las dimensiones de un terreno rectangular de 867 m², si el largo mide el triple de lo que mide el ancho?

A. Ancho 15 m y largo 45m.
B. Ancho 16 m y largo 48 m.
C. Ancho 17 m y largo 51 m.
D. Ancho 18 m y largo 54 m.

- 9 Laura quiere comprar lápices de color verde y morado. Los lápices verdes vienen en cajas de 100 unidades, mientras que los morados vienen en cajas de 40, ¿cuál es el número mínimo de cajas de cada color que debe comprar Laura para tener el mismo número de lápices tanto verdes como morados tanto verdes como morados?

A. 2 cajas de lápices verdes y 5 cajas de lápices morados.
B. 5 cajas de lápices verdes y 2 cajas de lápices morados.
C. 5 cajas de lápices verdes y 5 cajas de lápices morados.
D. 2 cajas de lápices verdes y 2 cajas de lápices morados.



LAS MATEMÁTICAS EN EL CINE

Talentos ocultos

Nominada a tres premios Óscar, esta película cuenta la historia de tres mujeres afroamericanas que enfrentaban el racismo institucional cuando trabajaban en la Nasa, a comienzos de los sesenta.

Talentos ocultos, dirigida por Theodore Melfi y basada en hechos reales, devela la lucha de estas tres mujeres, quienes fueron el cerebro detrás de la mega operación de 1961 que llevó a lanzar al astronauta John Glenn a la órbita terrestre, un gran logro para la carrera espacial de Estados Unidos contra Rusia.

El largometraje biográfico rememora la historia de la matemática Katherine Johnson, quien calculó las trayectorias de lanzamiento y aterrizaje que hicieron posible el vuelo del proyecto Mercurio y la llegada del Apolo 11 a la luna en 1969. Paralelamente, expone la hazaña de sus colegas, Dorothy y Mary, con quienes Johnson trabajó desde el área de computación para gente de color. Juntas se enfrentan a una injusta cotidianidad que las invisibiliza y las menosprecia. Protocolos prohíben su presencia en juntas laborales, compañeros de trabajo blancos se apropian de la autoría de sus trabajos e incluso ella misma puede usar los mismos baños que sus colegas. Todo esto forma parte de la lógica de la realidad a la que pertenecen, una realidad en la que finalmente se impone la genialidad.

Este largometraje que fue nominado a *Mejor película*, *Mejor guion adaptado* y *Mejor actriz de reparto* en los premios de la Academia está inspirado en el libro de no-ficción *Hidden Figures* de Margot Lee Shetterly. El argumento de la historia representa un drama humano que explora lo que significa ser mujer y afrodescendiente en una época en la que los derechos y el respeto eran privilegios de blancos.

